

Corrigé TG 3 seconde 3

Hypothèses	Propriété ou définition	Conclusion
Par construction, $(B'C)$ est parallèle à (AB) et $(B'A)$ est parallèle à (CB)	<i>Définition d'un parallélogramme</i>	le quadrilatère $AB'CB$ est un parallélogramme
Par construction, (BC') est parallèle à (AC) et $(C'A)$ est parallèle à (CB)	<i>Définition d'un parallélogramme</i>	le quadrilatère $CBC'A$ est un parallélogramme
$AB'CB$ est un parallélogramme	<i>Les côtés opposés d'un parallélogramme sont de même longueur.</i>	$BC = B'A$
$CBC'A$ est un parallélogramme	<i>Les côtés opposés d'un parallélogramme sont de même longueur.</i>	$BC = C'A$.
$BC = B'A$ et $BC = C'A$		$B'A = C'A$
Par construction, (AB') est parallèle à (BC) et (AC') est parallèle à (BC)	<i>Si deux droites sont parallèles, toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre..</i>	(AB') est parallèle à (AC')
(AB') est parallèle à (AC')	<i>Deux droites parallèles ayant un point en commun sont confondues.</i>	(AB') et (AC') sont confondues. Autrement dit A, B' et C' sont alignés
A, B' et C' sont alignés et $B'A = C'A$	<i>Définition du milieu d'un segment.</i>	A est le milieu de $[B'C']$.
Dans le triangle ABC , d hauteur issue de A (donc relative à $[BC]$)	<i>Définition de la hauteur d'un triangle</i>	d est perpendiculaire à (BC)
d est perpendiculaire à (BC) $(BC) // (B'C')$	<i>Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre</i>	d est perpendiculaire à $(B'C')$
Dans le triangle $A'B'C'$, d (issue de A) est perpendiculaire à $(B'C')$ et A est le milieu de $[B'C']$.	<i>Définition de la médiatrice d'un triangle</i>	d est la médiatrice relative à $[B'C']$.

Conclusion : On peut démontrer de même que les hauteurs d' et d'' du triangle ABC sont aussi les médiatrices du triangle $A'B'C'$ (d' étant relative à $[A'C']$ et d'' relative à $[A'B']$).

Or les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes (en un point qui est le centre du cercle circonscrit au triangle). Donc les trois hauteurs de ABC (qui sont aussi les trois médiatrices du triangle $A'B'C'$) sont concourantes. Le point de concours est appelé l'orthocentre.

Attention : Ce point de concours est le centre du cercle circonscrit au triangle $A'B'C'$ mais n'est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC .